



ELŻBIETA DROZDOWSKA

 Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II (Polska)

 0000-0003-4710-1266

 elzbieta.drozowska@kul.pl

Logika kwantowa a empiryczność logiki

Abstrakt:

W artykule podjęty jest problem empiryczności logiki, czyli możliwości zmiany logiki z powodów empirycznych. Omówiony jest argument Hilary'ego Putnama za empirycznością logiki bazujący na odkryciach z zakresu mechaniki kwantowej. Putnam uważał, że należy odrzucić logikę klasyczną i zastąpić ją logiką kwantową. Pogląd ten zwany jest „tezą Putnama”. Spotkała się ona z ostrą krytyką, m.in. Michaela Dummetta i Saula Kripkego. Choć ich krytyka jest w dużej mierze trafna, to nie uderza w ideę empiryczności logiki jako takiej. Celem niniejszego tekstu jest pokazanie, że można przedstawić odkrycie niedystrybutywności sądów kwantowych jako empiryczny fakt mający wpływ na rewizję adekwatności pewnych praw logiki, a więc że empiria może mieć wpływ na logikę.

Słowa kluczowe:

empiryczność logiki, logika kwantowa, problem przyjmowania logiki

Jak cytować:

Drozowska, E. (2024). Logika kwantowa a empiryczność logiki [polski oryginał]. *Laboratorium Mentis*, 2(2), 4–14. <https://doi.org/10.52097/lm.9279>

Badania sfinansowane ze środków Narodowego Centrum Nauki, grant numer 2021/41/N/HS1/01319.

Wyobraźmy sobie, że grupa naukowców przeprowadza skomplikowany eksperyment, którego wynik okazuje się dla nich niezrozumiały. Ludzie w białych fartuchach tłoczą się przed ekranem kontrolnym, by osobiście zobaczyć ciąg liczb niedających się wytłumaczyć. Przez tłum przebiega szmer, który powoli narasta, w miarę jak pojawiają się nowe hipotezy wyjaśniające otrzymane wyniki. Czy jest to błąd techniczny? Obliczeniowy? Niespotykana anomalia? Mijają godziny, hipotezy się mnożą, ale żadna się nie sprawdza.

– Nie ma innego wyjaśnienia, drodzy państwo – przemawia w końcu kierownik projektu. – Po prostu obaliliśmy prawa klasycznej logiki.

Czy ta sytuacja nie wygląda absurdalnie? W końcu prawa logiki to prawa myślenia, a nie prawa przyrody. Uważamy je za aprioryczne prawdy, które obowiązują powszechnie i koniecznie, niezależnie od doświadczenia. A jednak taka była teza Hilary’ego Putnama: logika jest nauką, którą można rewidować empirycznie, i to właśnie empiria, a dokładniej mechanika kwantowa, dostarczyła nam powodów do jej rewizji (Putnam, s. 1967).

Teza Putnama

W słynnym artykule *Is logic empirical?* z 1967 r. Putnam stwierdza, że „logika jest tak samo empiryczna jak geometria” (Putnam, 1967, s. 184). A w jakim stopniu empiryczna jest geometria? Otóż w wystarczającym, by geometria Euklidesowa mogła zostać obalona jako geometria opisująca nasz świat fizyczny i by jej miejsce mogły zająć geometrie nieeuklidesowe związane z formalizmem ogólnej teorii względności (OTW) (Putnam, 1967, s. 176). Wraz z odkryciem krzywizny czasoprzestrzeni opisanej przez OTW okazało się, że wbrew naszym pierwotnym intuicjom liniami prostymi (czyli będącymi najkrótszą ścieżką od jednego punktu do drugiego) mogą być linie, które z punktu widzenia geometrii Euklidesowej prostymi nie są. A ponieważ OTW uzyskała bardzo dobre potwierdzenie eksperymentalne, znaleźliśmy się w sytuacji, w której sąd – zdawałoby się – nieintuicyjny i niemożliwy (tzn. że

taka oto linia krzywa jest tak naprawdę prosta) okazał się prawdziwy (Putnam, 1967, s. 175).

Według Putnama podobny los jak ogólna teoria względności – geometrii, mechanika kwantowa zgotowała logice (Putnam, 1967, s. 179). Sprawa rozbija się o zauważony już przez Garretta Birkhoffa i Johna von Neumanna konflikt między kwantowomechanicznym opisem układów fizycznych a prawem dystrybutywności, czyli rozdzielności koniunkcji i alternatywy, które jest prawem logiki klasycznej (Birkhoff, Neumann, 1936, s. 10).

Charakterystyczną cechą mechaniki kwantowej jest to, że występują w niej wielkości niekompatybilne, tzw. komplementarne, wykluczające się (Putnam, 1967, s. 180). Przykładem wielkości niekompatybilnych są wielkości fizyczne związane zasadą nieoznaczoności Heisenberga, takie jak np. wybrane składowe położenia i pędu. Na takich parach wielkości fizycznych nie da się równocześnie przeprowadzić pomiaru z dowolną dokładnością. Dla logiki kwantowej ma to taki skutek, że przykładowe sądy: (a) „Układ s znajduje się w położeniu a ” i (b) „Pęd układu s wynosi b ” nie mogą być równocześnie prawdziwe, a co za tym idzie, ich koniunkcja jest *zawsze* fałszywa. Ma to swoje uzasadnienie w matematycznym formalizmie mechaniki kwantowej – podprzestrzenie Hilberta reprezentujące sądy (a) i (b) mają takie własności, że po wykonaniu na nich operacji odpowiadającej koniunkcji sądów uzyskuje się jako wynik przestrzeń pustą, która odpowiada fałszowi (Putnam, 1969, s. 179).

Idąc dalej, załóżmy, iż o naszym układzie s wiadomo, że jego pęd wynosi b i że znajdować się może jedynie albo w obszarze zwanym a , albo w obszarze niebędącym a , zwanym a' (które jest ortouzupełnieniem a). Zgodnie z prawem dystrybutywności powinno być prawdą, że

$$b \wedge (a \vee a') = (b \wedge a) \vee (b \wedge a'),$$

czyli układ ma pęd b i znajduje się w położeniu a lub a' wtedy i tylko wtedy, gdy albo ma pęd b i znajduje się w a , albo ma pęd b i znajduje się w a' . Nie możemy jednak stwierdzić zachodzenia tej równości

z powodu zasady nieoznaczoności Heisenberga. Jeśli przyjmiemy, że zdanie b jest prawdziwe, i zauważymy, iż alternatywa $a \vee a'$ jest również prawdziwa (ponieważ podprzestrzenie reprezentujące a i a' sumują się do całej przestrzeni, która reprezentuje zdanie prawdziwe), to koniunkcja stojąca po lewej stronie będzie prawdziwa. Natomiast prawa strona nie będzie prawdziwa, ponieważ położenie i pęd są wielkościami niekompatybilnymi. Zatem, jak stwierdziliśmy wyżej, obie koniunkcje są fałszywe, a stąd ich alternatywa również jest fałszywa (Birkhoff i von Neumann, 1936, s. 10). Tak więc w opisie układów kwantowych rozdzielność koniunkcji względem alternatywy (czyli dystrybutywność) zawodzi.

Brak dystrybutywności jest właśnie cechą charakterystyczną logiki kwantowej. Według Putnama logikę tę podpowiada nam sama koncepcja przestrzeni Hilberta, stanowiąca podstawę matematycznego formalizmu mechaniki kwantowej (Putnam, 1969, s. 179). Co więcej, Putnam uważa, że to właśnie wcześniejsze nieuwzględnienie logiki kwantowej w opisie zjawisk kwantowych wprowadziło paradoksy, takie jak omówione przez niego komplementarność wielkości fizycznych, superpozycja stanów w eksperymencie dwuszczelinowym czy problem pomiaru (Putnam, 1969, s. 183). Według Putnama wszystkie te trudności można rozwiązać, odrzucając dystrybutywność logiki (Putnam, 1969, s. 184). Co więcej, jest to według niego stosunkowo niewielka zmiana, nieingerująca nawet w znaczenie klasycznych spójników logicznych (Putnam, 1969, s. 190). Innymi słowy, mechanika kwantowa wzięta wraz z logiką klasyczną wymaga niestandardowej metafizyki, niezgodnej z Putnamowskim naukowym realizmem. Jednak mechanika kwantowa w połączeniu z logiką kwantową pozwala rozwiązać kwantowe paradoksy i ocalić realistyczną metafizykę. Cenę stanowi prawo dystrybutywności i Putnam jest gotów ponieść ten koszt (Putnam, 1969, s. 189).

Wzlot i upadek analogii między logiką a geometrią

Po uświadomieniu sobie różnic między dystrybutywną logiką klasyczną a niedystrybutywną logiką kwantową analogia Putnama między zmianą w geometrii z powodu OTW a zmianą w logice z powodu mechaniki kwantowej rysuje się całkiem wyraźnie. W przypadku ogólnej teorii względności mamy wybór: z jednej strony, możemy pozostać przy geometrii Euklidesowej, co wiązałoby się z tym, że aby opisać ruch ciał po „krzywych” w tej przestrzeni (które są prostymi w odpowiedniej geometrii nieeuklidesowej), należałoby wprowadzić dodatkowe „tajemnicze” siły; z drugiej strony, możemy porzucić geometrię Euklidesową, do której jesteśmy przywiązani, ale za to wtedy opis ruchu się uprości, uzyskamy wyjaśnienie pewnych dotychczasowych anomalii, a wspomniane tajemnicze siły nie będą potrzebne (Putnam, 1969, s. 191). Podobnie zdaje się być z mechaniką kwantową: możemy pozostać przy logice klasycznej, w którą nigdy dotąd nie mieliśmy powodów wątpić, ale mierzyć się dalej z kwantowymi paradoksami, albo możemy ją porzucić, a w zamian uzyskać skuteczną teorię ze zrozumiałą, realistyczną metafizyką, w której wszystkie wielkości fizyczne są w każdej chwili określone (Putnam, 1969, s. 191).

Niestety analogia ta słabnie, gdy weźmie się pod uwagę, że: (1) zaproponowane przez Putnama rozwiązania paradoksów nie są całkiem poprawne (Bell i Hallett, 1982, s. 357; Dummett, 1982, s. 273; Stairs, 2016, s. 25), (2) odrzucenie prawa dystrybutywności jednak ingeruje w znaczenie spójników logicznych (Bell i Hallett, 1982, s. 362; Dummett, 1976, s. 284), a (3) brak dystrybutywności jest nie do pogodzenia z realizmem Putnama (Dummett, 1976, s. 276). Co więcej, Dummett wskazuje, że wprowadzając swoje objaśnienie sensu spójników logicznych i równocześnie przyjmując realistyczną interpretację mechaniki kwantowej, Putnam nie wprowadza spójników logiki kwantowej *zamiast* klasycznych, lecz *obok* nich, „a stąd wynika, że sytuacja ta nie jest analogiczna do przypadku geometrii i nie następuje w niej

porzucenie, w reakcji na doświadczenie czy cokolwiek innego, żadnego uprzednio przyjmowanego prawa logiki” (Dummett, 1976, s. 287). Można by powiedzieć, że następuje co najwyżej *rozszerzenie* istniejącej dotąd logiki o nowe nieklasyczne spójniki. Z kolei gdyby zastąpić logikę klasyczną logiką kwantową, porzucając przy tym realistyczną interpretację mechaniki kwantowej, osłabiłoby to argument za empirycznością logiki, ponieważ „nie można by było dłużej utrzymywać, że odkrycie zawodności prawa dystrybutywności jest odkryciem czegoś o *świecie*” (Dummett, 1976, s. 288).

Putnam podejmował później dalsze prace nad logiką kwantową, opracowując różne jej wersje (Maudlin, 2018, s. 22). Badania te miały jednak głównie na celu obronę realizmu mechaniki kwantowej, charakteryzowanego przez założenie o jednoznacznym określeniu wartości (*value definiteness*), które głosi, że „pomiar jedynie ujawnia pewien fakt na temat układu, nie pełni zaś roli w *tworzeniu* żadnego nowego faktu” (Maudlin, 2018, s. 24), tzn. nie stwarza mierzonej obserwabli ani nie nadaje układowi wyrażnie określonej wielkości, której ten by wcześniej nie posiadał. Jak jednak pokazują różne twierdzenia *no-go*, takie jak np. twierdzenie Kochena–Speckera, założenia tego nie da się w mechanice kwantowej utrzymać (Maudlin, 2018, s. 25; Bell i Hallett, 1982, s. 369; Stairs, 2016, s. 36). Różne dodatkowe problemy, do których doprowadziło stanowisko Putnama, sprawiły, że ostatecznie wycofał się on z promowania logiki kwantowej jako antidotum na problemy mechaniki kwantowej (Maudlin, 2018, s. 38).

Kwestia empiryczności logiki

Choć program badawczy Putnama okazał się ślepym zaułkiem, fakt ten nie dyskwalifikuje jeszcze potencjalnej empiryczności logiki. Być może analogia do geometrii się nie broni, wciąż jednak pozostaje argument Birkhoffa i von Neumanna za niedystrybutywnością sądów opisujących stany układów w mechanice kwantowej. Wyrosła z pracy wspomnianych autorów tradycja badawcza uznaje logikę kwantową

za logikę nieklasyczną o semantyce algebraicznej (najczęściej) będącej niedystrybutywnymi kratami ortomodularnymi i odrzuca pogląd Putnama o jednoznacznym określeniu wartości wielkości fizycznych. Zgodnie ze wspomnianą wyżej opinią Dummetta w tej sytuacji nie powinno być już mowy o empiryczności logiki, ponieważ jego zdaniem o odrzuceniu dystrybutywności decydują rozważania z zakresu teorii znaczenia, a nie mechaniki kwantowej (Dummett, 1982, s. 288). Teza o zastąpieniu logiki klasycznej logiką kwantową ani nie będzie sądem mechaniki kwantowej, ani nie będzie z takich sądów wyprowadzalna (Dummett, 1982, s. 288). Będzie za to pochodziła, zdaniem Dummetta, z teorii znaczenia, tzn. z poszukiwania „właściwego modelu znaczeń, które nadajemy naszym [...] sądom” (Dummett, 1982, s. 288).

Z kolei Kripke uważa, iż sama idea, że logika mogłaby zostać zrewidowana przez kwestie empiryczne, jest wewnętrznie sprzeczna (Kripke, 2024; Stairs, 2016, s. 29). Autor wychodzi od rozróżnienia pomiędzy *logiką*, a *systemami logiki*, gdzie tę pierwszą rozumie jako zasady rozumowania, którymi wszyscy się spontanicznie posługujemy; systemy logiki to z kolei formalne wytwory, które mają na celu przybliżać, lepiej lub gorzej, rozumowania logiczne (Kripke, 2024, s. 33). O ile systemów logiki jest wiele, o tyle logika jest tylko jedna. Nie ma wielu logik, spośród których można by wybierać. Logika służy m.in. do intuicyjnej oceny, które systemy formalne są „właściwe” (Stairs, 2016, s. 29). Kripke uważa, że czasami pewien system logiki uzyskuje ciekawą interpretację nieformalną, co sprawia, że możemy uznać, iż mamy do czynienia z jakimiś prawami logiki. Czasami może się też zdarzyć, że odkryjemy jakieś nowe spójniki i zidentyfikujemy dotyczące ich prawa logiki (Kripke, 2024, s. 33). Może też być tak, że odkryjemy, iż formuła, którą uważaliśmy za prawo logiki, w rzeczywistości nim nie jest. Według Kripkego nie jest to jednak przyjęcie nowej logiki, lecz raczej odkrycie dotyczące pewnego systemu (Kripke, 2024, s. 33). Co więcej, wszystkie takie odkrycia odbywają się na drodze *rozumowań*, a nie badań empirycznych (Kripke, 2024, s. 34).

Jednak, jak zauważa Stairs, nawet jeśli przyjmujemy rozróżnienie Kripkego na logikę i systemy logiki, to nie wykluczamy tym samym możliwości, żeby czasami kwestia oceny adekwatności pewnych praw czy systemów zależała od tego, jaki faktycznie jest świat, a więc od kwestii empirycznych. Stairs jako jeden z przykładów podaje dyskusję dotyczącą przyszłych zdarzeń przygodnych, determinizmu i prezentyzmu (Stairs, 2016, s. 33). Drugim potencjalnym przykładem może być logika kwantowa (Stairs, 2016, s. 35).

Jaki wpływ mogłaby mieć empiria na logikę

Na czym by mógł polegać wpływ kwestii empirycznych na ocenę adekwatności praw czy systemów logiki? Chcąc odpowiedzieć na to pytanie, zacznijmy od przypomnienia, że logika bada pewne relacje zachodzące w języku. Na potrzeby tych badań konstruowane są modele języka naturalnego albo jego wycinków, które mają dwa podstawowe komponenty: syntaktyczny i semantyczny (Beall i van Fraassen, 2003, s. 23). Syntaktyka określa składnię języka – wymienia jego alfabet, czyli podstawowe symbole, i podaje reguły tworzenia poprawnie zbudowanych wyrażeń, czyli jego gramatykę. Semantyka z kolei podaje dopuszczalne wartościowania wyrażeń, czyli funkcje przypisujące im pewne wartości, na przykład prawdę czy fałsz. Język składa się z syntaktyki i niepustej klasy jej wartościowań. Rolą logiki jest określenie, które zdania w języku są logicznie prawdziwe i które wnioskowania są poprawne formalnie. System logiki określa syntaktycznie zdefiniowaną relację konsekwencji (wyprowadzalności wniosku ze zbioru przesłanek). Gdy relacja ta pokrywa się z wynikaniem semantycznym (wynikaniem logicznym), system jest silnie pełny względem danego języka. System logiki może być silnie pełny względem wielu języków (van Fraassen, 1979, s. 139).

Semantyka stanowi pomost pomiędzy systemem logiki a światem – nadając zdaniom wartość logiczną i narzucając ograniczenie na to, które spośród możliwych wartościowań są dopuszczalne, wprowadza

możliwość oceny wnioskowań nie tylko pod kątem poprawności formalnej, ale też tego, czy i co można w tym języku powiedzieć o świecie. Zależność może działać też w drugą stronę – możemy modyfikować semantykę tak, by odpowiadała wycinkowi świata, który chcemy modelować i dla którego chcemy znaleźć odpowiedni system logiki.

W klasycznym rachunku zdań dopuszczalne wartościowania przypisują formułom wartości ze zbioru $\{0, 1\}$, zachowując określone reguły, takie jak np. to, że formuły φ i $\neg\varphi$ nie mogą mieć takiej samej wartości logicznej. Interpretowane jako prawda i fałsz są odpowiednio 1 i 0. Okazuje się, że klasyczny rachunek zdań jest również pełny względem języków, w których wartościowania prowadzą do elementów dwuwartościowej macicy, algebry zbiorów albo algebry Boole'a. Nazywamy je odpowiednio semantyką matrycową, teoriomnogościową i algebraiczną. Logika kwantowa nie jest pełna względem tych języków. Jest za to pełna względem klasy (niedystrybutywnych) krat ortomodularnych.

Można by powiedzieć, że klasyczny rachunek zdań działa w odniesieniu do tych klas przedmiotów, które można potraktować jako elementy zbioru, ponieważ funktory logiczne zachowują się analogicznie do działań na zbiorach. Okazuje się jednak, że istnieją obiekty, które w ten sposób się nie zachowują. Np. stany układów kwantowych w skali mikro zachowują się jak wektory; można wykonywać na nich działania takie jak na wektorach, a nie jak na zbiorach. Widać to szczególnie wyraźnie w przypadku alternatywy, która w logice kwantowej jest interpretowana jako tworzenie supremum podprzestrzeni (dodawanie wektorów), a w logice klasycznej jako sumowanie zbiorów. Odkrycie, że obiekty w skali mikro zachowują się właśnie w taki sposób, ma oczywiście komponent zarówno teoretyczny, jak i empiryczny – sformułowanie teorii jest pracą intelektualną, która nie bazuje wyłącznie na empirii; jest jednak kwestią empirii przetestowanie teorii, by stwierdzić, czy właściwie opisuje ona świat, czy nie. Obecnie w przypadku mechaniki kwantowej nie mamy już wątpliwości, że teoria ta jest skuteczna i prawidłowo opisuje zachowanie mikroobiektów. Stąd wydaje się, że uprawnionym jest powiedzieć, iż testy empiryczne potwierdziły

istnienie klasy obiektów fizycznych (w mikroświecie), do których opisu właściwsza jest teoria przestrzeni Hilberta niż teoria zbiorów, a co za tym idzie, iż znaleźliśmy w świecie obszar, w którym bardziej właściwe jest używanie logiki o semantyce w postaci krat ortomodularnych, a nie o semantyce teoriomnościowej.

Co to oznacza dla logiki klasycznej? Na pewno nie oznacza, że została „obalona” czy że powinniśmy ją czymkolwiek zastąpić. Jeśli jest tak, jak twierdzi Kripke, że istnieje wiele systemów logiki, które przybliżają różne fragmenty logiki jako takiej, to wystarczy stwierdzić, że odkryliśmy nowy obszar, gdzie pewnego prawa, które uważaliśmy dotąd za prawo logiki, nie da się zastosować, nawet jeśli można je stosować w innych miejscach. Wniosek taki jest zgodny ze stanowiskiem pluralizmu lokalnego, zgodnie z którym różne logiki stosują się do różnych obszarów dyskursu (Czernecka-Rej, 2014, s. 79; Haack, 1978, s. 221).

Powiedzieliśmy, że logika bada pewne relacje zachodzące w języku. Język zaś informuje o świecie. Świat z pewnością ma wpływ na ocenę poprawności materialnej wnioskowań. Nie jest jednak nie do pomyślenia, że to, jakie wnioskowania uznajemy za poprawne, bierze się z tego, jakiego typu własności mają obiekty, z którymi obcujemy na co dzień. W takim razie odkrycie nowego, nieintuicyjnego typu obiektów mogłoby skłonić nas do przemyślenia, jak należy o nich myśleć i w jaki sposób rozumować.

Bibliografia

Beall, J. C., van Fraassen, B. (2003). *Possibilities and Paradox: an Introduction to Modal and Many-Valued Logic*. Oxford University Press.

Bell, J., Hallett, M. (1982). Logic, Quantum Logic and Empiricism. *Philosophy of Science*, 49(3), 355–379. <http://www.jstor.org/stable/187280>.

Birkhoff, G., von Neumann, J. (1936). The Logic of Quantum Mechanics. *Annals of Mathematics*, 37, 823–843. <https://doi.org/10.2307/1968621>.

Czernecka-Rej, B. (2014). *Pluralizm w logice*. Wydawnictwo KUL.

Dummett, M. (1976). Is Logic Empirical? In H. D. Lewis (Ed.), *Contemporary British Philosophy, 4th series* (pp. 45–68). Allen and Unwin.

van Fraassen, B. (1979). *Formal Semantics and Logic*. The Macmillan Company. Retrieved data from <https://www.princeton.edu/~fraassen/books/pdfs/Formal%20Semantics%20and%20Logic.pdf>

Haack, S. (1978). *Philosophy of Logics*. Cambridge University Press.

Kripke, S. (2024). The Question of Logic. *Mind*, 133(529), 1–36. <https://doi.org/10.1093/mind/fzad008>

Maudlin, T. (2018). *The Labyrinth of Quantum Logic*. Cornell University. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1802.01834>

Putnam, H. (1967). Is logic empirical? In R. Cohen, M. Wartofsky (Ed.), *Boston Studies in Philosophy of Science* (vol. 5, pp. 216–241). D. Reidel Publishing Company.

Stairs, A. (2016). Could Logic be Empirical? The Putnam-Kripke Debate. In J. Chubb, A. Eskandarian, V. Harizanov (Eds), *Logic and Algebraic Structures in Quantum Computing* (pp. 23–41). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139519687.004>